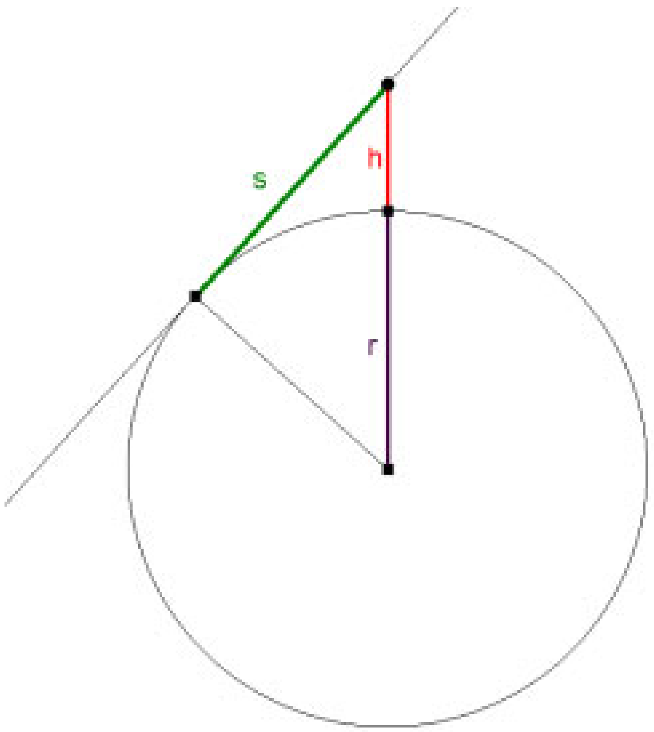
Sichtweite auf Gipfeln

Planfigur (grafisches Modell)

Gegeben: Radius r der Erde ($r \approx 6375\,\text{km}$), Höhe h des Gipfels

Gesucht: (maximale) Sichtweite s



■ 1. Lösungsmöglichkeit: Messen

Abmessen der Strecke s in einer maßstabgerechten Zeichnung (hier <u>völlig unrealistisch</u>!)

■ 2. Lösungsmöglichkeit: Rechnen

Es liegt ein rechtwinkliges Dreieck vor (Radius senkrecht auf dem tangentialen Sehstrahl).

Nach Pythagoras (algebraisches Modell):

$$s^2 + r^2 = (r + h)^2$$

Auflösung nach s:

$$s = \sqrt{2\, r\, h + h^2}$$

$$s = \sqrt{12750\, h + h^2}$$

Diskussion (Validierung)

Welche Werte für h sind realistisch?

$h = 0.1$ bis 0.5 km	Aussichtsturm auf einem Hügel
$h = 1$ bis 3 km	Berggipfel in den Alpen
$h = 8.8$ km	höchste Erhebung (Mt. Everest)

Vergleiche die beiden Summanden unter der Wurzel!

Der Summand h^2 ist gegenüber $12750\, h$ vernachlässigbar.

Näherungslösung ist der exakten Lösung überlegen:

$$s \approx 113 \sqrt{h}$$

■ Sichtweite als Funktion der Gipfelhöhe

Definitionen

```
SwExakt[h_] := Sqrt[12750 h + h^2];
SwApprox[h_] := 112.916 Sqrt[h];
```

Zwei (kaum unterscheidbare) Funktionsgraphen:

```
Plot[{SwExakt[h], SwApprox[h]}, {h, 0, 12}];
```

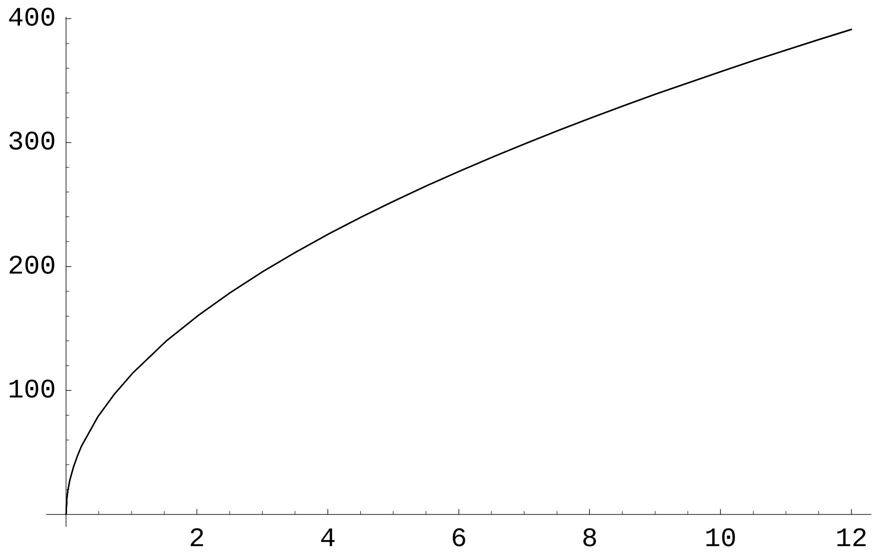
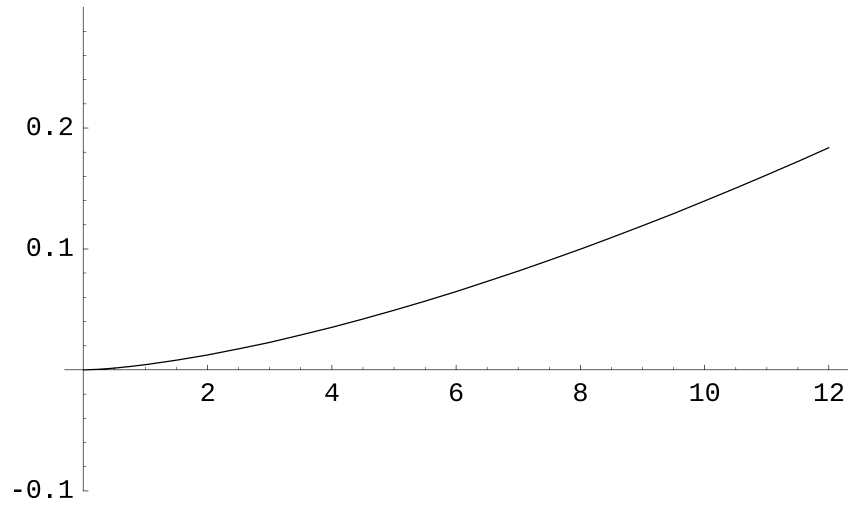


Schaubild der Differenz in Abhängigkeit von h:

```
Plot[SwExakt[h] - SwApprox[h], {h, 0, 12}, PlotRange → {-0.1, 0.3}];
```



Zur Übung

Wie kann man das Modell (zumindest theoretisch!) dazu verwenden, den Erdumfang durch Beobachtung zu ermitteln?