

Auflagenhöhe für ein Buch

Das folgende kleine Fallbeispiel [vgl. Eisenführ/Weber: *Rationales Entscheiden*, 3. Aufl. Springer-Verlag: Berlin; Heidelberg; New York 1999, S. 36f.] soll demonstrieren, wie man ein Entscheidungsproblem in einer systematischen Schrittfolge aufbauen und lösen kann.

■ 1. Formulierung des Problems

Ein Verleger will ein neues Buch herausbringen. Den Preis (15 €) hat er bereits festgesetzt. Er fragt sich aber, wie hoch die Auflage sein soll.

■ 2. Alternativen und Bedingungen spezifizieren

Für den Verleger kommen (aus bestimmten Gründen) nur Auflagengrößen von 5000, 7000 und 9000 Exemplaren in Frage. Die Nachfrage sieht er irgendwo zwischen 4000 und 9000.

Zweckmäßige Festlegung von A und B :

```
A = {5000, 7000, 9000};  
B = {4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000};
```

■ 3. Ziele präzisieren

Die maßgebliche Zielgröße des Verlegers ist der Gewinn. (Wenn nötig, können später weitere Ziele hinzugefügt werden.)

Außer vom Preis (s.o.) hängt der Gewinn von den (festen) Satzkosten ab (10000 €) sowie von den (variablen) Kosten pro Exemplar (10 €).

Der Gewinn wird als Funktion zweier Variabler (a = Auflage, b = Nachfrage) modelliert:

```
Gewinn[a_, b_] := Min[a, b] * 15 - 10 a - 10000
```

■ 4. Konsequenzenmatrix erzeugen

Die Zielgröße "Gewinn" stellt unmittelbar die Konsequenzen dar, die sich aus einer bestimmten Auflage und einer bestimmten Nachfrage ergeben.

Darstellung der Konsequenzen in einer Matrix (Tabelle):

```
KMatrix = Outer[Gewinn, A, B] // MatrixForm
```

$$\begin{pmatrix} 0 & 15000 & 15000 & 15000 & 15000 & 15000 \\ -20000 & -5000 & 10000 & 25000 & 25000 & 25000 \\ -40000 & -25000 & -10000 & 5000 & 20000 & 35000 \end{pmatrix}$$

■ 5. Eine Nutzenfunktion festlegen

Die Konsequenzen der obigen Matrix sind bereits von ihrer Natur her Geldwerte (Gewinne) und könnten deshalb zugleich als Nutzenwerte genommen werden. (Dies ist nicht zwangsläufig so, aber hier der Einfachheit vertretbar.)

Technisch heißt das für die Nutzenfunktion $u: C \rightarrow \mathbb{R}$, dass $u(c) = c$ (Identität; hier ist c ein Gewinn).

■ 6. Informationen über B sammeln

Was weiß (oder vermutet) der Verleger über die Bedingungen (Nachfrage am Markt)? Üblicherweise werden Wahrscheinlichkeiten zu Grunde gelegt.

Eisenführ/Weber nehmen folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung an:

```
prob = {0.1, 0.15, 0.15, 0.3, 0.2, 0.1};
```

Das heißt z.B.: Bedingung b_4 (= Nachfrage von 7000 Exemplaren) ist mit 30 % die wahrscheinlichste.

Da die Bedingungen sich gegenseitig ausschließen (und zudem alle möglichen Fälle abdecken), muss die Summe der Wahrscheinlichkeiten 1 (= 100 %) sein; eben das ist die Bedeutung des Begriffs "Verteilung".

■ 7. Eine Wertfunktion festlegen

Hier gibt es eine Reihe unterschiedlicher Möglichkeiten.

Bei vorliegenden Wahrscheinlichkeiten ist es eine gängige Methode, $w(a)$ als das mit den Wahrscheinlichkeiten gewichtete Mittel der zu a gehörigen Nutzenwerte (hier: Gewinne) zu definieren.

Für $a = 5000$ ergibt sich: $w(5000) = 0.1 * 0 + 0.15 * 15000 + \dots + 0.1 * 15000 = 13500$, usw.

■ 8. Lösung berechnen

Wir bestimmen alle Werte der Wertfunktion (unter Nr. 7):

```
Table[Dot[prob, KMatrix[[1]][[i]]], {i, 1, 3}]
```

```
{13500., 13750., -250.}
```

Das Maximum wird bei $a = 7000$ angenommen: $w(7000) = 13750$.

Der Verleger könnte sich somit (rational) für eine Auflage von 7000 Exemplaren entscheiden.