

Eine doppelte Buchmacherwette

Aufgabe

In Coin City entscheidet sich am Wochenende die Stadt-Boxmeisterschaft im Halbschwergewicht zwischen Johnny Cash und Nat Miller. Bruno, der gerne bei solchen Gelegenheiten wettet, setzt bei seinem Buchmacher 100 \$ auf den Sieg von Cash bei einem Wettverhältnis 10 : 13. Als Bruno am Freitag vor dem Kampf in einem anderen Stadtteil Einkäufe macht, bemerkt er dort zufällig einen Buchmacher, der Wetten auf den Sieg von Miller im Verhältnis 5 : 4 annimmt. Bruno denkt einen Augenblick nach (...?!...) und findet einen Einsatzbetrag, der ihm bei jedem Ausgang des Kampfs einen positiven Gewinn garantiert.

Welche Einsatzbeträge kommen für Bruno (bei der zweiten Wette) in Frage? Welche Gewinne können erzielt werden? Kann Bruno es so einrichten, dass die Höhe seines Gewinns unabhängig davon ist, wer als Sieger aus dem Kampf hervorgeht?

Lösung

Bezeichnungen:

$A_1 = \text{Sieg von Cash}, A_2 = \text{Sieg von Miller}$

Auszahlungsquoten:

$$q_1 = \frac{10+13}{10} = 2.3, q_2 = \frac{5+4}{5} = 1.8$$

Einsätze:

$$e_1 = 100, e_2 = x$$

■ Welche Einsatzbeträge x kommen in Frage?

Wenn beide Wetten (zu einer vollständigen Multiwette zusammengefasst) einen positiven Gewinn bringen sollen, sind die Bedingungen zu erfüllen:

$$q_1 e_1 - (e_1 + e_2) > 0$$

$$q_2 e_2 - (e_1 + e_2) > 0$$

Das Lösungsintervall für den 2. Einsatz lässt sich leicht per Hand ausrechnen.

Auch *Mathematica* kann Ungleichungen lösen:

```
<< Algebra`InequalitySolve`
```

```
InequalitySolve[
  {2.3 * 100 - (100 + x) > 0,
   1.8 * x - (100 + x) > 0},
  x]
```

```
125. < x < 130.
```

e_2 kann somit im offenen Intervall (125; 130) gewählt werden.

Zum Beispiel ergibt sich für $e_2 = 126$ \$ die folgende Situation:

```
{2.3 * 100 - (100 + x), 1.8 * x - (100 + x)} /. x -> 126
```

```
{4., 0.8}
```

Das heißt, bei einem Sieg von Cash beläuft sich Bruno's Reingewinn auf 4 \$, bei einem Sieg von Miller auf 80 Cents.

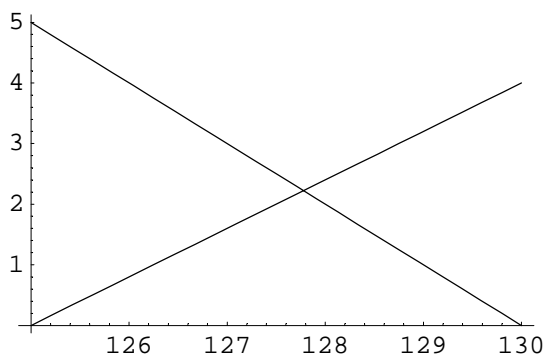
■ Welche Gewinne können erzielt werden?

Wir definieren die beiden Gewinnfunktionen:

```
g1[x_] := 2.3 * 100 - (100 + x);
g2[x_] := 1.8 * x - (100 + x);
```

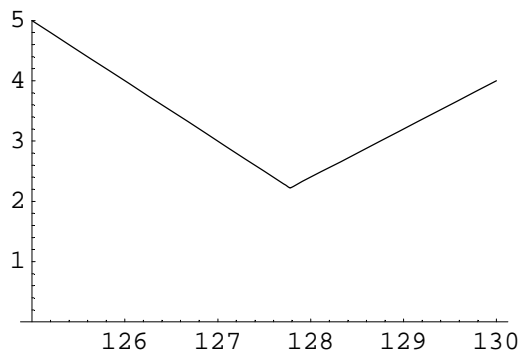
Die Funktionsgraphen von g1 und g2:

```
Plot[{g1[x], g2[x]}, {x, 125, 130}];
```



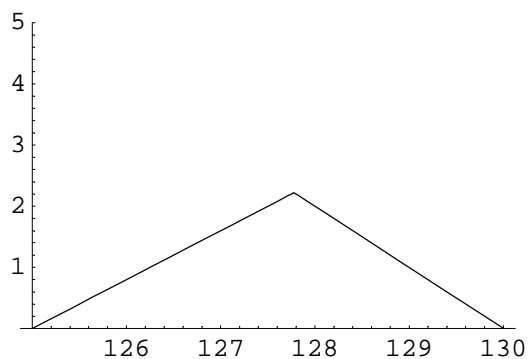
Im günstigsten Fall erzielbare positive Gewinne:

```
Plot[Max[g1[x], g2[x]], {x, 125, 130}, PlotRange -> {0, 5}];
```



Im ungünstigsten Fall erzielbare positive Gewinne:

```
Plot[Min[g1[x], g2[x]], {x, 125, 130}, PlotRange -> {0, 5}];
```



■ Gleicher Gewinn unabhängig vom Ausgang der Wette?

Die Bedingung dafür lautet: $g_1(x) = g_2(x)$

```
x = x /. Solve[g1[x] == g2[x], x][[1]]
```

```
127.778
```

In diesem Fall beträgt der Gewinn 2 \$ 22 Cent:

```
g1[x]
```

```
2.22222
```

Ungefähr diesen Betrag hatte Bruno für die Fahrt mit öffentlichen Verkehrsmitteln in jenen Stadtbezirk aufbringen müssen, wo er auf den zweiten Buchmacher stieß.