

Spatz oder Taube: Das Sicherheitsäquivalent

■ Spatz oder Taube?

Der Schütze Theobald trifft erfahrungsgemäß 50 % aller Tauben, die auf dem Dach sitzen. Der sprichwörtliche Spatz in der Hand (a_1) steht für ein kleines, aber sicheres Gut; die ebenso sprichwörtliche Taube auf dem Dach (a_2) steht für ein größeres, aber unsicheres Gut. Um eine Entscheidung zwischen den beiden Alternativen zu treffen, bewerten wir "Spatz" mit dem Nutzenwert 1, "Taube" mit 3 und die Möglichkeit, leer auszugehen, mit -1 .

Damit erhalten wir folgende Nutzenmatrix:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

Theobald wird sich zwischen a_1 und a_2 vor dem Hintergrund der beiden Bedingungen

b_1 = Taube getroffen

b_2 = Taube nicht getroffen

entscheiden. Ihre Wahrscheinlichkeiten sind bekannt: $p_1 = P(b_1) = 0.5$, $p_2 = P(b_2) = 0.5$. Es ergeben sich damit die Nutzenerwartungswerte:

$$EU(a_1) = 0.5 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 = 1$$

$$EU(a_2) = 0.5 \cdot 3 + 0.5 \cdot (-1) = 1$$

Handelt Theobald gemäß der Bernoulli-Regel, so ist keine Alternative bevorzugt (er könnte also eine Laplace-Münze werfen, um die Entscheidung zufällig zu treffen).

■ Das Sicherheitsäquivalent

Das Besondere an dieser Patt-Situation (Indifferenz) liegt darin, dass eine der beiden Alternativen auf einer sicheren Konsequenz beruht, genauer: Der Nutzenerwartungswert der risikobehafteten Alternative a_2 (= auf die Taube schießen) ist gleich dem Nutzenwert einer sicheren Konsequenz c^* (= Spatz):

$$EU(a_2) = u(c^*)$$

Der Spatz in der Hand wird daher als Sicherheitsäquivalent der Risikoalternative Taube auf dem Dach bezeichnet.

Der Begriff lässt sich auf einfache Weise allgemein definieren:

Definition

Sei $a \in A$ irgendeine Handlungsalternative. Eine Konsequenz $c^* \in C$ heißt *Sicherheitsäquivalent von a* , wenn $u(c^*) = EU(a)$.

Die Existenz eines Sicherheitsäquivalents ist nicht in allen Fällen garantiert (im obigen Beispiel etwa, wenn "Taube" den Nutzenwert 2 erhält). Gibt es genau ein c^* mit $u(c^*) = EU(a)$, so verwenden wir die Bezeichnung

$$c^* = : SE(a)$$

Ist die Konsequenzenmenge C ein reelles Intervall und $u : C \rightarrow \mathbb{R}$ eine umkehrbare Funktion, dann ist c^* eindeutig bestimmt, und es gilt:

$$SE(a) = u^{-1}(EU(a))$$

■ Beispiel

Ist a die Teilnahme am St. Petersburg Spiel mit dem Einsatzbetrag $e > 0$ und $u(c) = k \cdot \log c + k_0$ die gemeinsame Nutzenfunktion von Spieler und Gegenspieler, so gilt: $EU(a) = u(4e)$ (vgl. den Abschnitt "Das St. Petersburg Spiel"). Es ist daher unmittelbar nach Definition: $SE(a) = 4e$, d.h. der 4-fache Einsatz ist das Sicherheitsäquivalent für die risikobehaftete Teilnahme an der Wette.