Informatik I : Mathematik mit dem Computer
Lösungen der Übungsaufgaben zu Teil 1

Aufgabe 1

Das Pascalsche Dreieck soll in Tabellenform (15 Zeilen) ausgegeben werden.

Tipp: Jede Zeile als eigene Tabelle (Liste) ausgeben; dann die 15 Listen in einer Liste zusammenfassen und in "TableForm" darstellen.

■ Lösung

Die n-te Zeile des Pascalschen Dreiecks, hier für $n = 5$

```
Table[Binomial[5, k], {k, 0, 5}]
```

```
{1, 5, 10, 10, 5, 1}
```

Für $n = 0, \ldots 9$ ergeben sich 10 Zeilen (und durch entsprechende Erhöhen des Endwerts 15 Zeilen):

Am übersichtlichsten ist die Darstellung in TableForm:

```
Table[Table[Binomial[n, k], {k, 0, n}], {n, 0, 9}] // TableForm
```

```
1
1    1
1    2    1
1    3    3    1
1    4    6    4    1
1    5    10   10   5    1
1    6    15   20   15   6    1
1    7    21   35   35   21   7    1
1    8    28   56   70   56   28   8    1
1    9    36   84   126  126  84   36   9    1
```

Aufgabe 2

Vereinfachen Sie den Ausdruck $(1 + x + x^2 + x^3 + x^4)(1 - x)$

Begründen Sie das Ergebnis!

■ Lösung

```
Simplify[(1 + x + x^2 + x^3 + x^4) (1 - x)]
```

```
1 - x^5
```

Der erste Faktor des zu vereinfachenden Ausdrucks ist eine geometrische Reihe, ihre Summe lautet $\frac{1-x^5}{1-x}$.

Aufgabe 3

Lösen Sie das Gleichungssystem:

$2\,x + 3\,y + z = 3$

$x - y - z = 4$

$3 + 7\,z = 5$

■ Lösung

```
Solve[{2 x + 3 y + z == 3, x - y - z == 4, 3 + 7 z == 5}, {x, y, z}]
```

$$\left\{\left\{x \to \frac{109}{35},\ y \to -\frac{41}{35},\ z \to \frac{2}{7}\right\}\right\}$$

Oder direkt die Lösungsmenge:

```
{x, y, z} /. %[[1]]
```

$$\left\{\frac{109}{35},\ -\frac{41}{35},\ \frac{2}{7}\right\}$$

Aufgabe 4

a) Zeichnen Sie ein Schaubild der Funktion $f(x) = x\sqrt{1-x} + 1$

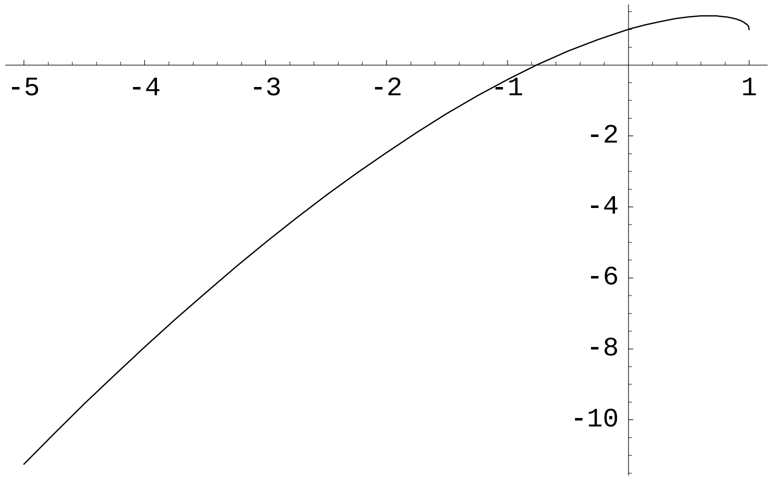
b) Lassen Sie die Nullstelle von f exakt (algebraisch) und berechnen. Bestimmen Sie den numerischen Näherungswert.

■ Lösung

a)

```
f[x_] := x*Sqrt[1 - x] + 1
```

```
Plot[f[x], {x, -5, 1}];
```



b)

```
alsg = x /. Solve[f[x] == 0, x][[1]]
```

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{2}{25 - 3\sqrt{69}}\right)^{1/3} - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\left(25 - 3\sqrt{69}\right)\right)^{1/3}$$

```
N[alsg]
```

-0.754878

Aufgabe 5

Berechnen Sie die Summe der ersten n Kubikzahlen.

Begründen Sie das Ergebnis!

■ Lösung

```
Sum[k^3, {k, 1, n}]
```

$$\frac{1}{4} n^2 (1 + n)^2$$

Beweis durch vollständige Induktion (siehe Vorlesung "Arithmetik und Algebra")!